THÉORIE

SUR

LA STABILITÉ

DES

HAUTES CHEMINÉES EN MAÇONNERIE

THÉORIE

SUR

LA STABILITÉ

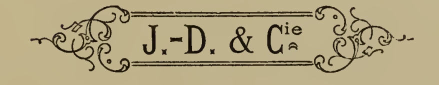
DES

HAUTES CHEMINÉES EN MAÇONNERIE

PAR

AL. GOUILLY

INGÉNIEUR DES ARTS ET MANUFACTURES,
LICENCIÉ ÈS-SCIENCES PHYSIQUES, LICENCIÉ ÈS-SCIENCES MATHÉMATIQUES
RÉPÉTITEUR A L'ÉCOLE CENTRALE.



PARIS

J. DEJEY & Cie, IMPRIMEURS-ÉDITEURS
de l'Ecole centrale des Arts et Manufactures
de la Société des anciens Elèves des Ecoles nationales d'Arts et Métiers
18, RUE DE LA PERLE

1876

THÉORIE

SUR

LA STABILITÉ

DES

HAUTES CHEMINÉES EN MAÇONNERIE

OBJET DE CE MÉMOIRE

1. Les ingénieurs anglais sont peut-être les seuls qui se soient occupés de poser des règles pour la stabilité des hautes cheminées en maçonnerie. M. Rankine a déduit de ses études, à ce sujet, une règle empirique que nous donnerons plus loin.

Ce mémoire a pour objet de prouver que le problème de la stabilité des hautes cheminées peut être résolu par l'application de la formule de la flexion plane pour les corps dont les dimensions transversales sont petites, comparativement à leur longueur.

ÉLÉMENTS DE LA QUESTION

2. Parmi les détails que l'on conserve sur la construction d'un appareil, il est regrettable de ne pas trou-

ver, en première ligne, les éléments les plus importants, ceux qui entrent dans les calculs auxquels donne lieu la construction considérée.

Les véritables éléments de la question présente sont :

Le poids spécifique de la maçonnerie ;

La résistance de cette maçonnerie à la compression ;

La pression par unité de surface que le vent exerce sur une surface normale à sa direction ;

La pression du vent sur une surface cylindrique.

3. Les deux premiers varient beaucoup avec la nature des matériaux et leur mise en œuvre. On comprend qu'une mesure exacte de ces éléments apporterait dans chaque cas particulier une précision désirable. Quoi qu'il en soit, les résultats des calculs de ce mémoire vérifient suffisamment les conclusions.

Pour poids spécifique moyen de la maçonnerie de briques, on peut adopter le nombre $1^k,7$. Dans un cas particulier, étudié par M. Rankine, le poids de la maçonnerie donne lieu à une pression de $8^k,5$ par centimétre carré, ce qui est vérifié à peu près en prenant $1^k,7$ pour poids spécifique.

Le tableau suivant montre que la résistance varie dans de telles proportions, qu'il n'est pas possible de compter sur une approximation suffisante en prenant un terme moyen. Le chiffre adopté dans la discussion de chaque exemple est celui que fournissent les calculs relatifs au cas particulier considéré.

NATURE DES MATÉRIAUX	POIDS SPÉCIFIQUE	POIDS PAR C/M CARRÉ QUI PRODUIT L'ÉCRASEMENT	CHARGE DE SÉCURITÉ PAR C/M CARRÉ
Brique dure, très cuite. .	$1^k,56$	150^k	15^k
Brique rouge.	2 ,17	56	$5^k,6$
Brique rouge pâle. . . .	2 ,08	36	3 ,6
Mortier hydraulique. . .	1 ,46	144	14 ,4
Mortier de chaux grasse et sable.	1 ,63	30	3

La charge de sécurité tient compte de l'emploi du mortier et des imperfections de la construction. Dans des conditions spéciales, on pourrait prendre pour charge de sécurité plus que le dixième de la charge de rupture, mais on n'a jamais dépassé le cinquième.

La charge de rupture à l'extension est pour la brique anglaise de $19^k,3$, pour le mortier hydraulique de 15 kilogrammes, pour le mortier de chaux grasse de 3 kilogrammes.

4. La pression du vent par mètre carré d'une surface plane, normale à sa direction, est donnée dans le tableau suivant :

DÉSIGNATION	VITESSE PAR SECONDE EN MÈTRES	VITESSE PAR HEURE EN KILOMÈTRES	PRESSION EXERCÉE SUR 1 M. CARRÉ
Vent très fort.	15^{m}	54^{k}	30^{k},47
Vent impétueux.	20	72	54 ,16
Grande tempête.	27	97	98 ,17
Ouragan.	36	129^{k},6	176 ,96
Ouragan qui renverse les édifices.	45	162	277 ,87

M. Rankine admet que la résultante des pressions exercées par le vent sur les éléments d'une surface cylindrique, dont les génératrices sont perpendiculaires à la direction du vent, est égale à la moitié du produit de la pression par mètre carré sur une surface plane normale, multipliée par la surface de la section diamétrale du cylindre. Il y a aussi le rapport $\frac{1}{2}$ entre la pression d'un liquide sur une surface plane perpendiculaire aux filets et la résultante des pressions sur un cylindre circulaire qui aurait la première surface pour section diamétrale.

Supposons que la pression normale à un élément de la surface cylindrique considérée est égale au produit de la pression sur une surface normale, multipliée par le sinus de l'angle formé par la direction du vent et le plan tangent à la surface cylindrique. D'après cette hypothèse on trouve que la résultante des pressions est égale à la fraction $\frac{\pi}{4}$ du produit de la pression sur une surface

normale, multipliée par la section diamétrale. Ce coefficient provient de l'intégrale $\int_0^\pi \sin^2 \alpha\, d\alpha$. Il est à peu près égal à $\frac{3}{4}$. Mais on remarque que dans cette circonstance on ne tient pas compte de l'action sur les filets voisins de la composante de la pression du vent qui est tangente à la surface cylindrique. Le coefficient $\frac{3}{4}$ est certainement trop fort.

M. Rankine admet que la pression produite par un ouragan est 268 kilogrammes par mètre carré d'une surface plane normale à la direction du vent. Il admet que sur une surface cylindrique la résultante des pressions est égale à 134 kilogrammes par mètre carré de la projection sur un plan diamétral. C'est ce nombre qui est introduit dans les calculs suivants.

MÉTHODE POUR LA RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE LA STABILITÉ DES HAUTES CHEMINÉES.

5. Pour l'étude des constructions en maçonnerie, on emploie des courbes de pressions, et cependant il est possible de faire usage avec plus de simplicité et de précision des équations générales de la statique; et, dans le cas où l'on suppose que les déformations sont planes, on peut se servir de la formule de la flexion plane. Cette dernière résulte des équations générales de la statique appliquées au cas de déformations planes, quand on suppose uniquement avec cela que les forces moléculaires, développées entre deux points matériels de la masse

considérée, sont proportionnelles à leur écartement. Il est complétement inutile de supposer des fibres *longitudinales* dans la structure d'un solide. C'est ce dont on se convaincra en reprenant l'étude de cette formule, et en déduisant de cette formule les règles de la méthode dite des courbes de pression.

6. On admet, dans l'étude des travaux de maçonnerie, qu'un joint peut s'ouvrir, et que la pression ne se répartit que sur la portion non ouverte du joint. Cela revient à supposer qu'on ne tient aucun compte de la résistance de la maçonnerie à l'extension. Cette hypothèse d'un joint qui s'ouvre est rejetée de ce travail, parce qu'elle revient à considérer, comme étant toujours dans le même état, un joint qui s'est ouvert plusieurs fois et en plusieurs points, par l'effet du déplacement des charges.

APPLICATION DE LA FORMULE DE LA FLEXION PLANE.

7. En supposant que les forces appliquées à un solide et ses sections transversales sont symétriques par rapport à un plan ZOX, on a

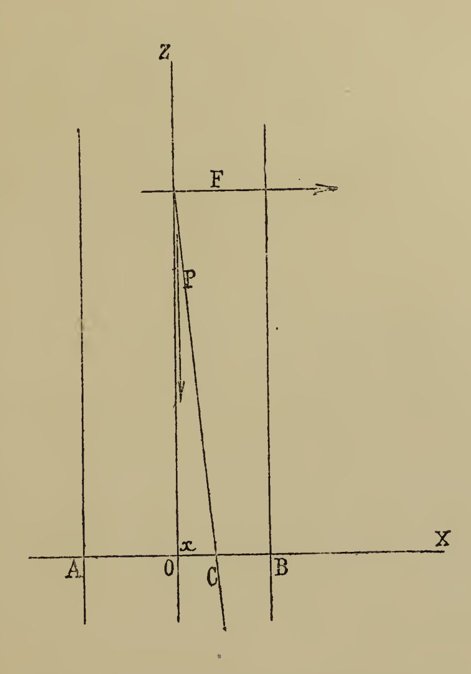
$$R=\frac{a\mu}{I}-\frac{N}{\Omega},$$

où R désigne la force élastique par unité de surface, développée en un point de la section AB et dont l'abcisse est a;

μ la somme des moments des forces extérieures pris par rapport au point O;

N la somme des projections des forces extérieures sur l'axe OZ;

I le moment d'inertie de la section AB par rapport à



un axe passant en O et perpendiculaire au plan ZOX;

Ω la surface de la section AB.

8. Le moment des forces extérieures se réduit au moment de la résultante de la pression du vent. Si d et D sont les bases d'un trapèze et h sa hauteur, le moment de la surface du trapèze par rapport à la grande base est égal à $\frac{h^2}{6}(2d + D)$. Représentons par f la pression du

vent par mètre carré rapportée à la surface diamétrale de la cheminée, dont les diamètres extérieurs sont d et D; le moment de la résultante des pressions du vent est

$$\frac{fh^2}{6}(2d + D).$$

La somme des projections sur l'axe OZ des forces extérieures se réduit au poids de la cheminée, que nous représentons par P, de sorte que $-N = P$.

Le moment d'inertie d'une couronne circulaire, dont les rayons sont r et r', pris par rapport à un diamètre, est

$$\frac{\pi}{4}(r^4 - r'^4).$$

Les valeurs de x, pour lesquelles nous considérons les valeurs de R, sont $+r$, pour le point B de la circonférence extérieure de la section, et $-r$, pour le point A.

En disposant la formule pour la lecture des surfaces de cercles dont on donne les diamètres et les carrés de ces diamètres, on a

$$R = \pm \frac{16 fh^2 r(d + r)}{3(4r^2 + 4r'^2)(\pi r^2 - \pi r'^2)} + \frac{P}{\pi r^2 - \pi r'^2}.$$

APPLICATION DE CETTE FORMULE AUX CHEMINÉES DE PORT DUNDERS ET DE WEST CUMBERLAND ÉTUDIÉES PAR M. RANKINE.

9. Les tableaux suivants renferment les résultats des calculs relatifs aux cheminées de Port Dunders et de West Cumberland. Les (*) indiquent les nombres qui servent de base au calcul, et que je dois à l'obligeance de M. Jordan, professeur à l'Ecole Centrale. R est la valeur qui correspond à $+r$ dans la formule, et R′ celle qui correspond à $-r$.

DÉSIGNATIONS	Hauteurs des sections au-dessus du sol. (*)	DIAMÈTRES (*) extérieur.	DIAMÈTRES (*) intérieur.	Avec la valeur de f égale à 134 kilos. R′	R	x	OBSERVATIONS
Cheminée de Port de Dunders (Glascow).	0^m $138^m,50$	$9^m,75$ 3,86	$6^m,10$ 3,15	$+0_k,14$	$+19_k,70$	$1^m,52$	Il y a, jusqu'à 15 mètres du sol, un doublage en briques réfractaires, isolé de la cheminée proprement dite.
(A) Cheminée de l'usine à fonte de West Cumberland, près Workington.	0^m socle 0,60 fût 27 51 75	 $7_m,70$ 6,60 5,60 4,60	 $6^m,55$ 5,45 / 5,68 4,68 / 4,90 3,90	—1,40	$+18,16$	1,93	Construite en 1867. Reçoit les produits de la combustion de 10 1/2 tonnes de charbon à l'heure et provenant de quatre hauts-fourneaux, des chaudières, etc. Les assises, sur 0,60 de hauteur, s'élargissent jusqu'au sol. Sur le béton de fondation, la pression est de $2^k,2$ par centimètre carré. Au-dessous du béton, qui a 0,90 d'épaisseur, la pression sur le sol est $1_k,75$. Tous les $1^m,20$, les assises reçoivent des fers feuillards.

Pour le premier type, le volume de la maçonnerie est d'environ 2650 mètres carrés. Le calcul donne pour le

second type : premier rouleau, vers le sommet, $125^{mc},36$ de maçonnerie ; pour le deuxième, 196 mètres cubes ; pour le troisième, qui part de $0^{m},60$ du sol, $313^{mc},21$. Le total est $634^{mc},57$.

Les valeurs de R résultent des calculs suivants :

Cheminée de Dunders,

$$\pm \frac{16 \,.\, 134 \,.\, \overline{138,5}^2 \,.\, 4,88\,(3,86 + 4,88)}{3 \,.\, 132,27 \,.\, 45,43} + \frac{2650 \,.\, 1700}{45,43}$$

$$\pm\ 9,78 \quad + 8,38 ;$$

Cheminée de West Cumberland,

$$\pm \frac{16 \,.\, 134 \,.\, \overline{74,4}^2 \,.\, 3,85\,(4,60 + 3,85)}{3 \,.\, 102,20 \,.\, 12,87} + \frac{635 \,.\, 1700}{12,87}$$

$$\pm\ 9,78 \quad + 8,38.$$

10. Il y a une compression sur toute la base pour la première cheminée ; il y a une extension au point $(-r)$ pour la seconde. Remarquons que la valeur de cette extension ne dépasse pas la limite du dixième de la charge de rupture de la brique soumise à une extension. Quant aux nombres $19^{k},70$ et $18^{k},16$, ils ne donnent lieu, pour le moment, à aucune interprétation, parce que la résistance absolue des matériaux employés nous est inconnue.

Ce qui résulte de la comparaison de ces nombres, c'est la certitude que, dans les dispositions adoptées par M. Rankine, l'ouverture du joint est très faible. Du moins, en modifiant légèrement les dispositions du second type, on aurait pu arriver à la rendre nulle complétement, comme pour la cheminée de Dunders.

M. Rankine a énoncé la règle suivante : « Une pression de 268 kil. par mètre carré de surface plane exposée au vent directement et normalement — qui revient à 134 kil. par mètre carré de la projection plane d'une surface cylindrique — ne doit, dans aucune assise, faire dévier la résultante du poids des matériaux et de la pression du vent combinés de plus de $\frac{1}{4}$ du diamètre extérieur de cette assise. »

Si M. Rankine avait dit : diamètre intérieur, au lieu de diamètre extérieur, il aurait entendu supprimer l'ouverture du joint, comme on va le démontrer. D'ailleurs, dans les deux exemples proposés, la différence entre le quart du diamètre intérieur et le quart du diamètre extérieur est peu considérable, relativement au diamètre proposé.

11. Soit x l'abscisse du point C, où la résultante du poids de la maçonnerie et de la pression du vent rencontre la section considérée A B. Ce point C est aussi le point d'application de la résultante des forces élastiques dévoloppées dans cette section, puisque ces dernières doivent faire équilibre au poids de la maçonnerie et à la pression du vent.

Si on prend le moment de ces forces par rapport au point C, on voit que le moment de la poussée du vent est égal à P x. Mettons cette valeur à la place de μ, dans la formule de la flexion plane, on a, après le groupement des termes,

$$(1) \qquad R = \frac{P}{\pi(r^4 - r'^4)} (r^2 + r'^2 \pm 4\, r\, x).$$

Si $R=0$ au point $-r$, on aura $r^2+r'^2-4rx=0$. Pour que les racines de cette équation en r soient réelles, il faut que l'on ait $2x>r'$. La valeur de r, déduite de cette équation, est

$$r_1=2x+\sqrt{4x^2-r'^2};$$

si on prenait le signe $-$ devant le radical, on aurait des valeurs de r plus petites que r', ce qui n'est pas une solution du problème proposé. L'expression $r^2+r'^2-4rx$ est positive pour des valeurs de r plus grandes que r_1 et pour toutes les valeurs de r lorsque $2x<r'$. L'équation $r^2+r'^2+4rx=o$ a des racines réelles et négatives si $2x>r'$; son premier membre est donc positif pour les valeurs positives de r que nous considérons.

Les équations (1) peuvent s'écrire :

$$\pi R'(r^4-r'^4)-P(r^2+r'^2-4rx)=o$$
$$\pi R\ (r^4-r'^4)-P(r\ +r'^2+4rx)=o$$

La seconde indique qu'au point $+r$ il y a toujours une compression; elle ne peut, en effet, si R est négatif, admettre pour racine une valeur de r plus grande que r', car son premier membre est négatif pour $r=r'$, et il le serait encore pour toutes les valeurs $r>r'$.

Pour discuter la première équation, prenons des valeurs constantes de P et de x, puis cherchons le signe de R' pour des racines r plus grandes que r'.

1° $r'>2x$. Le premier membre de cette équation est négatif pour $r=r'$; pour qu'il puisse s'annuler avec une valeur $r>r'$, il est nécessaire et suffisant que R' soit

positif. Dans ce cas, il y a une compression au point $-r$, mais il n'y a pas de valeur $r > r'$ qui donne $R' = 0$;

2° $r' = 2x$. Pour avoir $R' = 0$, il faudrait prendre $r = r'$, ce qui est impossible. Toute valeur $r > r'$, qui satisfera à l'équation, répondra à une valeur de R' positive. Dans ce cas, il y a encore une compression au point $-r$ et il est impossible d'y faire $R' = 0$;

3° $r' < 2x$. Pour avoir $R' = 0$, il suffit de faire $r = r_1$, r_1 étant la racine de l'équation $r^2 + r'^2 - 4rx = 0$ calculée précédemment. Pour des valeurs de $r > r_1$ on aurait au point $-r$ une compression et on aurait une extension pour des valeurs de $r < r_1$.

12. La règle de M. Rankine est justifiée nécessairement dans les deux premiers cas ; elle l'est aussi dans le troisième cas pour des valeurs de $r > r_1$, qui donnent une compression, et pour des valeurs de $r < r_1$, mais qui en diffèrent d'une quantité plus petite que

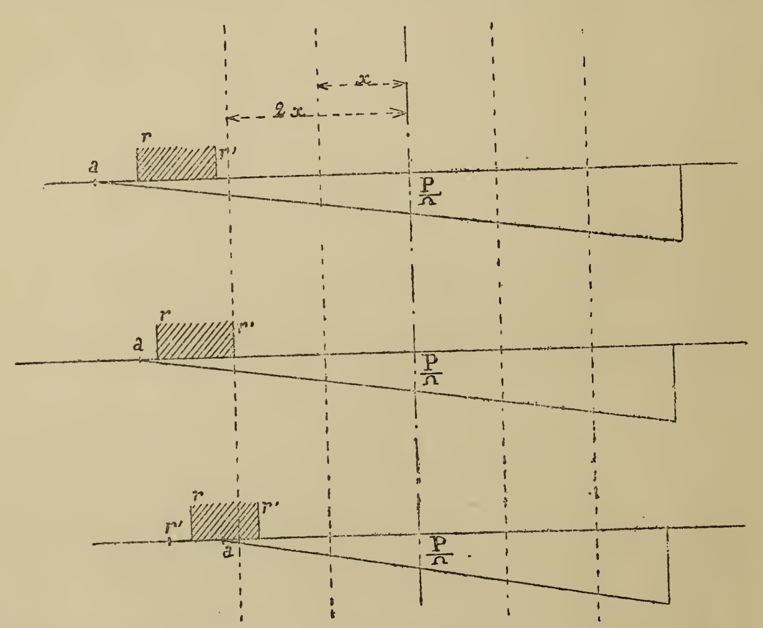
$$\sqrt{4x^2 - r'^2}.$$

Dans tous les cas, il faut tenir compte de la seconde équation, et s'assurer que la valeur de R ne dépasse pas la limite adoptée pour la force élastique de compression.

Nous substituerons le rapport $\frac{2x}{r'}$ à celui de M. Rankine, à cause de son utilité dans la discussion des équations, et nous dirons que la résultante du poids de la cheminée et de la pression du vent doit rencontrer la

section AB en un point tel que le rapport $\frac{2x}{r'}$ diffère peu de l'unité.

13. Remarques. — 1° La longueur x s'obtient en exprimant que le moment de la pression du vent, par rapport au point C, est égal au moment du poids par rapport au même point ; on a ainsi $x = \frac{fh^3(d+r)}{3P}$. Pour la cheminée de Dunders, x est égal à peu près au quart



du diamètre intérieur. Pour la cheminée de West Cumberland, x est un peu plus grand que le quart du diamètre extérieur. Le calcul nous a donné $1^m,93$; M. Rankine a trouvé $1^m,90$. Or, nous avons adopté pour poids spécifique $1^k,7$ en nombre rond, ce qui donne $\frac{P}{\Omega} = 8^k38$,

tandis que M. Rankine a obtenu $\frac{P}{\Omega} = 8^k,5$, ce qui répond à un poids spécifique égal à $1^k,72$ pour le même volume de maçonnerie de la cheminée. Ces différences étant petites et justifiées, elles n'ont plus d'importance;

2° Pour trouver l'axe des *points neutres*, c'est-à-dire l'axe de rotation d'une section déterminée par des valeurs particulières de r et de r', il faut résoudre par rapport à a l'équation $r^2 + r'^2 + 4xa = o$.

La figure précédente résume la discussion précédente et montre clairement aux yeux la répartition des forces élastiques.

APPLICATION AUX CHEMINÉES DE SAINTE-MARIE
(Montceau-les-Usines, Saône-et-Loire)
ET DES CHARBONNAGES DU NORD DE CHARLEROI.

14. Le tableau suivant renferme les résultats relatifs aux cheminées de Sainte-Marie et du Nord de Charleroi. Je dois à l'obligeance de M. Burat, professeur à l'Ecole Centrale, les nombres qui servent de base aux calculs.

(B)

DÉSIGNATIONS	HAUTEURS DES SECTIONS AU-DESSUS DU SOL	DIAMÈTRES extér.	DIAMÈTRES intér.	R′	R	x	$\frac{2x}{r'}$
Cheminée de la pompe Sainte-Marie.	m. 0 } piédestal.	m. 3,70	m. 1,60	avec la valeur $f = 67$ k.		pour $f = 134$ k.	
	9,50 } piédestal.	3,26	1,60	0	$5^k,67$	1,01	2,50
	12,70	3,11	1,60				
	18,57		1,82				
	24,80	2,84	1,56				
	32,40		1,78				
	39	2,55	1,49				
	45		1,71				
		2,20	1,36				
			1,58				
		1,89	1,27				
			1,49				
		1,61	1,21				
Cheminée des charbonnages du Nord de Charleroi.				avec la valeur de $f = 134$ k.			
	0^m } épatement.						
	6,15 } épatement.	4,20	2,00	+ 1,81	+ 8,23	0,34	0,68
	44,70	2,42	2,00				

Pour la cheminée Sainte-Marie, le volume de maçonnerie du fût, c'est-à-dire le volume de maçonnerie de la cheminée, depuis la cote $9^m,50$ jusqu'à la cote 45, est $105^{mc},66$. Pour chercher la pression du vent qui donne une valeur nulle de R′, il faut faire les calculs suivants :

$$\pm \frac{16 \,.\, 1,63 \,.\, f \,.\, \overline{35,5}^2\,(1,61 + 1,63)}{3(\overline{3,26}^2 + \overline{1,60}^2)\,(\text{cercle } 3,26 - \text{cercle } 1,60)} + \frac{105,66 \,.\, 1700}{\text{cercle } 3,26 - \text{cercle } 1,60}.$$

Ce qui donne

$$\pm \frac{16 \,.\, 1{,}63 \,.\, f \,.\, 1260 \,.\, 3{,}14}{3\,(10{,}63 + 2{,}56)\,(8{,}35 - 2{,}01)} + \frac{105{,}66 \,.\, 1700}{8{,}35 - 2{,}01} \,.$$

$$-4230 f + 28\,340 = o$$

$$f = 67 \text{ kil.}$$

La résistance de la base de cette cheminée dépasse de beaucoup ce qui est nécessaire pour la sécurité pendant les grandes tempêtes ; pour une pression de vent évaluée à 67 kil. par mètre carré de la section diamétrale, $R' = 0$ et $R = 5^k,67$ par centimètre carré. Pour une pression de vent plus forte que 67 kil. par mètre carré, R' serait négatif.

Si donc on ne veut pas admettre pour R' de valeurs négatives, et si on remarque que $5^k,67$ par centimètre carré n'est qu'une fraction probablement assez faible de la force élastique de la maçonnerie, on doit conclure que les proportions de la cheminée Sainte-Marie peuvent être modifiées avantageusement ; qu'elles ne sont pas, d'ailleurs, les plus économiques en ne prenant que 67 kil. par mètre carré pour la pression du vent.

Nous verrons plus tard les modifications importantes qu'il aurait fallu lui faire subir.

15. Le fût de la cheminée du Nord de Charleroi a un volume de maçonnerie d'environ 285 mètres cubes. Effectuons les mêmes calculs que pour la précédente.

$$-\frac{16 \,.\, 2{,}10 \,.\, f \,.\, \overline{38{,}55}^2 \,(2 + 2{,}10)}{3\,(\overline{4{,}20}^2 + 4)\,(\text{cercle } 4{,}20 - \text{cercle } 2)} + \frac{285 \,.\, 1700}{\text{cercle } 4{,}20 - \text{cercle } 2}$$

$$-\frac{16 \,.\, 2{,}10 \,.\, f \,.\, 1486 \,.\, 4{,}10}{3\,(17{,}64 + 4)\,(13{,}85 - 3{,}14)} + \frac{285 \,.\, 1700}{13{,}85 - 3{,}14}$$

$$-299\, f + 45\,240 = 0$$

$$f = 151 \text{ kil.}$$

Le nombre 151 est de beaucoup supérieur à celui que les Anglais ont adopté; il conduit à $R' = 0$ et à $R = 9^k,05$. La valeur de f égale à 134 kilog. conduit à $R' = 1^k,81$ et $R = 8^k,23$. Cette cheminée est à sa base dans de bien meilleures conditions que la cheminée que nous avons examinée précédemment; on peut dire cependant que ses dispositions ne sont pas les plus économiques, si on s'en tient à $f = 134$, alors même qu'on ne dépasserait pas pour R une valeur de $8^k,30$ par centimètre carré.

CALCULS RELATIFS A L'ÉTABLISSEMENT D'UNE HAUTE CHEMINÉE EN MAÇONNERIE.

16. — Pour trouver les dimensions d'une cheminée en maçonnerie, il faut résoudre l'équation

$$\pm \frac{r f h^2 (d + r)}{\frac{3\pi}{4}(r^4 - r'^4)} + \frac{P}{\pi(r^2 - r'^2)} = R$$

et celle qui exprimerait que P est le poids de la ma-

çonnerie, en se préoccupant d'avoir pour R′ une valeur très petite, et pour R une valeur ne dépassant pas la limite d'élasticité de la maçonnerie soumise à la compression.

La méthode de résolution suivante offre cet avantage que chacun des essais fournit un avant-projet dont on peut discuter les inconvénients et modifier en conséquence les dispositions.

PREMIÈRE PARTIE. — *Calcul approximatif des dimensions.*

17. Soient d, d_1 le diamètre extérieur et le diamètre moyen au sommet, D, D_1 le diamètre extérieur et le diamètre moyen à la base, e l'épaisseur de la cheminée au sommet et E son épaisseur à la base.

Considérons le volume de la cheminée comme engendré par la rotation autour de son axe d'un trapèze dont les bases sont e et E. La surface de ce trapèze est $\frac{e+E}{2}\,h$. Le centre de gravité de cette surface est à une hauteur

$$h\,\frac{2e+E}{3(e+E)}.$$

Cherchons la longueur de la circonférence décrite par ce centre de gravité dans la rotation de la surface autour de l'axe de la cheminée. La réduction du diamètre moyen pour la hauteur h est D_1-d_1 ; à la hauteur du centre de gravité, elle sera

$$\frac{D_1-d_1}{h}\cdot h\,\frac{2e+E}{3(e+E)}=(D_1-d_1)\,\frac{2e+E}{3(e+E)}.$$

Le diamètre du cercle décrit par le centre de gravité est

$$D_1 - (D_1 - d_1)\,\frac{2e+E}{3(e+E)} = \frac{D_1(e+2E) + d_1(2e+E)}{3(e+E)}.$$

Le volume, qui est égal au produit de la surface par la circonférence décrite par son centre de gravité, est donné par la formule

$$\frac{\pi h}{6}\left[D_1(e+2E) + d_1(2e+E)\right].$$

Désignons par ϖ le poids spécifique de la maçonnerie, on a

$$P = \frac{\varpi\pi h}{6}\left[D_1(e+2E) + d_1(2e+E)\right].$$

18. Remarquons que si on ajoute membre à membre les deux équations

$$R = \frac{v\mu}{I} - \frac{N}{\Omega},$$

$$R' = \frac{v_1\mu}{1} - \frac{N}{\Omega},$$

dans le cas où $v_1 = -v$, on a

$$-\frac{N}{\Omega} = \frac{R+R'}{2} = R_1.$$

Dans les constructions en maçonnerie R_1 sera peu différent de la moitié de la valeur *maximum* de R, d'après nos hypothèses sur l'ouverture du joint.

Nous aurons une deuxième évaluation approximative du poids de la maçonnerie en posant

$$P = \pi(r^2 - r'^2)R_1,$$

r désignant le rayon extérieur de la base et r' le rayon intérieur. Mais

$$r = \frac{D_1 + E}{2}, \qquad r' = \frac{D_1 - E}{2};$$

On peut donc écrire

$$P = \pi D_1 . E . R_1 .$$

19. En égalant ces deux valeurs de P, on a

[1] $$D_1 = \frac{d_1 (2e + E)}{\left(\frac{6 R_1}{\varpi h} - 2\right) E - e} .$$

Joignons y l'égalité

[2] $$P = \pi D_1 . E . R_1$$

qui nous servira à calculer la valeur P, d'où résulte la quantité que nous avons appelée x et dont l'expression est

[3] $$x = \frac{f . h^2 \left(d + \frac{D}{2}\right)}{3 P} .$$

Ces trois équations suffisent pour résoudre le problème proposé.

20. Les dimensions e et d_1 sont données, on prendra arbitrairement une valeur de R_1 et une valeur de E et on calculera le diamètre D_1 correspondant. Les deux dernières équations donneront P et x. Connaissant P et x, on pourra déterminer R′ et R, mais il est plus simple et il suffit, d'ailleurs, de calculer le rapport $\frac{2x}{r'}$.

Pour une même valeur de R_1 on prendra plusieurs

valeurs de E et on calculera les D_1, P et x correspondants.

On répétera les mêmes calculs pour différentes valeurs de R_1

TABLEAU pour la cheminée de West Cumberland :
$d = 4^m,60$, $e = 0^m,35$, $h = 74^m,4$, $f = 134^k$.

(C)

E	$\frac{P}{\Omega} = 92\,000^k$				$\frac{P}{\Omega} = 85\,000^k$				$\frac{P}{\Omega} = 80\,000^k$				$\frac{P}{\Omega} = 75\,000^k$			
	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D'	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$
m.	m.	k.	m.		m.	k.	m.		m.	k.	m.		m.	k.	m.	
0,44	7,03	894 200	2,30	1.40	9	1 056 500	2,18	1,02	11,02	1 216 500	2	0,77	14,49	1 521 700	1,88	0,53
0,55					6,95	1 020 000	2,02	1,26	8,29	1 145 600	1,95	1,00	10,30	1 488 800	1,70	0,69
0,66									6,88	1 150 400	1,65	1,06	8,63	1 341 900	1,50	0,75
0,77									6,03	1 157 900	1,54	1,17	7,46	1 353 700	1,50	0,88
0,88													6,64	1 376 800	1,50	1,05
0,57					6,64	1 013 600	2,02	1,32	8,06	1 146 600	1,89	1,01				

Dans le tableau suivant, j'ai supposé que la brique a 0^m20, sans joint, et 0^m21, joint compris ; c'est en adoptant ces nombres que j'ai pu me rendre compte des dimensions relevées sur un dessin et que j'ai consignées dans le tableau (B).

TABLEAU pour la cheminée Sainte-Marie
$d = 1^m,61$, $e = 0^m,20$, $h = 35^m,50$, $f = 134^k$.

(D)

E	$\frac{P}{\Omega} = 30\,000^k$				$\frac{P}{\Omega} = 29\,000^k$				$\frac{P}{\Omega} = 28\,000^k$			
	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$
m.	m.	k.	m.		m.	k.	m.		m.	k.	m.	
0,53	4,10	204 800	1,07	1,2	4,93	238 100	1,02	0,93				
0,63	3,45	204 800	1	1,3	4,09	338 400	0,95	1,10	5,00	276 900	0,89	0,81
0,74	3,04	212 000	0,92	1,6	3,57	240 700	0,92	1,30	4,27	278 000	0,83	0,94
0,84	2,84	224 800	0,86	1,7	3,24	247 700	0,83	1,40	4,02	296 900	0,77	0,97
0,94	2,64	233 800	0,80	1,9								
1,05	2,46	343 500	0,77	2,1								

Dans ces deux tableaux nous avons multiplié les exemples, afin que l'on voie mieux de quelle manière varient simultanément les inconnues du problème.

Il s'agit d'indiquer de quelle manière il faut s'en servir pour trouver les dimensions d'une cheminée pour laquelle on donne *d, e*, *h*. Ce qui suit a pour but de démontrer la précision de notre méthode, en établissant une critique sur la cheminée de West Cumberland et sur celle de Sainte-Marie. Nous sommes très heureux d'avoir constaté l'accord entre les travaux anglais et la théorie de la flexion plane.

2e Partie. — *Détermination rigoureuse des dimensions.*

21. D'après ce que nous avons dit, le type auquel on doit s'arrêter est un de ceux pour lesquels le rapport $\frac{2x}{r}$ diffère peu de l'unité. Pour la cheminée de West Cumberland, notre étude portera sur les types ($E = 0^m,55$. $R_1 = 85\ 000^k$) et ($E = 0^m 55$, $R_1 = 80\ 000^k$) afin de nous rapprocher du type anglais. Mais avant, écrivons les formules que nous allons employer de la manière qui se prête le mieux aux lectures dans les tables qui donnent le carré d'un nombre, la surface et la circonférence du cercle dont ce nombre est le diamètre. Soient D_2 le diamètre intérieur de la base inférieure d'un tronc de cône

et d_2 le diamètre intérieur à la base supérieure

$$P = \frac{\varpi h}{3}\left(\text{cercle } D + \frac{\pi D d}{4} + \text{cercle } d - \text{cercle } D_2 - \frac{\pi D_2 d_2}{4} - \text{cercle } d_2\right)$$

$$R = \pm \frac{8 . D . f . h^2 \left(d + \frac{D}{2}\right)}{3 (D^2 + D^2_2)(\text{cercle } D - \text{cercle } D_2)} + \frac{P}{\text{cercle } D - \text{cercle } D_2}.$$

CALCULS relatifs à la cheminée West Cumberland, en prenant les dimensions déjà indiquées (A).

(E)

DISTANCES des sections au sommet.	DIAMÈTRE		SURFACE DU CERCLE		CIRCONFÉRENCE		CARRÉ DU DIAMÈTRE		PRODUITS $\frac{\pi D d}{4}$		VOLUME de maçonnerie,	R'	R
	extér.	intér.	extér.	intér.	extér.	intér.	extér.	intér.	extér.	intér.			
0	4,60	3,90	16,62	11,95	14,46	12,25							
24	5,60	4,90	24,63	18,86			31,36	24,01	20,24	15,01	125,36		
			20,24	15,01									
			61,49	45,82									
		4,68		17,20				21,90				K. +0,69	K. + 5,03
48	6,60	5,68	34,21	25,39	20,73	17,84	43,56	32,26	29,02	20,77	196,00		
			29,02	20,77							321,36		
			87,86	63,36									
		5,45		23,33		17,12		29,70				— 0,44	+10,30
74,4	7,70	6,55	46,57	33,70			59,29	42,90	39,91	28,04	313,21	— 1,40	+18,16
			39,91	28,04							634,57		
			120,69	85,07									

Le poids total $P = 634{,}57 \,.\, 1700 = 1\,078\,800^{k}$

$$R_1 = \frac{P}{\Omega} = \frac{1\,078\,800}{46{,}57 - 33{,}70} = 83\,800^{k}$$

$$x = 1^{m},93 \qquad \text{et} \qquad \frac{2x}{r'} = 1{,}17.$$

Dans le tableau (C) la dernière ligne contient les résultats correspondants à l'épaisseur $0^{m}57$, qui est celle de la cheminée que nous considérons.

On voit que les résultats que nous venons d'obtenir concordent d'une manière très satisfaisante avec ceux du tableu (C) ; nous aurons occasion, dans le prochain calcul, de faire encore cette remarque.

R′ est négatif au sommet du premier rouleau et au pied de la cheminée. A la vérité, la valeur absolue de R′ est très faible et on peut, nous l'avons déjà dit, considérer que la maçonnerie résiste à un effort de traction égale au dixième de l'effort de compression. Cependant, préoccupons-nous des moyens d'obtenir pour R′ une valeur positive ou du moins nulle. Un premier moyen consisterait à se tenir entre les dimensions pour lesquelles un au moins des rapports $\frac{2x}{r'}$ est plus petit que un. Entre les types ($0^{m},55$, $80\ 000^{k}$) et ($0^{m},55$, $75\ 000^{k}$) on serait conduit à une augmentation du diamètre variant du quart à la moitié de sa valeur actuelle; entre les types ($0^{m},66$, 80 000 ($0^{m},66,^{k}$) et $75\ 000^{k}$) on serait conduit à augmenter l'épaisseur à la base et le poids de la maçonnerie varierait encore beaucoup dans ces circonstances.

22. On pourra souvent, avec de légères modifications du volume de maçonnerie et du diamètre à la base, obtenir le résultat demandé, quand on sera entre des types dont le rapport $\frac{2x}{r'}$ est assez près de l'unité; c'est ce que nous allons faire voir en reprenant le calcul pour une augmentation du diamètre de un dixième seulement de sa valeur actuelle, et nous resterons entre les deux mêmes types que nous avions choisis d'abord.

(F)

CALCULS relatifs à la cheminée West Cumberland, en augmentant son diamètre inférieur de $\frac{1}{10}$ de sa valeur.

DISTANCES des sections au sommet.	DIAMÈTRE		SURFACE DE CERCLE		CIRCONFÉRENCE		CARRÉ DU DIAMÈTRE		PRODUITS $\frac{\pi D d}{4}$		VOLUME de maçonnerie.	R′	R
	extér.	intér.	extér.	intér.	extér.	intér.	extér.	intér.	extér.	intér.			
0	4,60	3,90	16,62	11,95	14.46	12,25							
24	5,82	5,12	26,60	20,59			33,87	26,21	21,04	15,68	128,32		
			21,04	15,68									
			64,26	48,22								K.	K.
		4,90		18,86				24,01				+ 0,79	+ 4,85
48	7,04	6,12	38,93	29,42	22,12	19,23	49,56	37,45	32,18	23,57	206,72		
			32,18	23,57							335,04		
			97,71	71,87									
		5,90		27,34		18,54		34,81				+ 0,11	+ 9,71
74,4	8,40	7,26	55,42	41,40			70,56	52,71	46,45	33,85	337,46	— 0,30	+ 16,64
			46,45	33,85							672,50		
			140,80	102,59									

Le poids total $P = 672,50 . 1780 = 1\,143\,200^{k}$

$$R_1 = \frac{P}{\Omega} = \frac{1\,143\,300}{55,42 - 41,40} = 81\,700^{k}$$

$x = 1^{m},94$ et $\frac{2x}{r'} = 1,06.$

D'après ce calcul, le volume de maçonnerie a augmenté de 672,50—634,50, soit de 38 mètres cubes, et on a pour R' une valeur presque nulle.

On peut faire qu'elle soit absolument nulle sans changer le diamètre. Le rapport de R' à R_1 est $\frac{3}{80}$, c'est donc dans ce rapport qu'il faut augmenter la valeur de P. Le volume devra donc être augmenté de $\frac{3.672,5}{80} = 25$ m^es^ cubes. Il suffirait, pour obtenir ce résultat, d'augmenter le rouleau de la base de 6 ou 7 mètres et de relever d'autant le deuxième rouleau. En tout l'augmentation du volume de la maçonnerie serait donc de $38 + 25 = 63$ mètres cubes.

Tel qu'il est, ce type offre encore cet avantage que c'est seulement vers la base que R' prend une valeur négative, très petite, d'ailleurs.

23. Pour trouver la hauteur des rouleaux, on les disposera d'abord de manière que le volume de la cheminée soit égal au volume donné par le calcul approximatif. On s'assurera ensuite que le poids du premier rouleau vers le sommet et la pression du vent sur ce premier rouleau ne produisent pas sur la tête du second rouleau un effort d'extension appréciable. La même chose devra être observée sur la tête du deuxième rouleau, par rapport au poids des deux premiers rouleaux et à la pression que le vent exerce sur eux. Les détails dans lesquels nous venons d'entrer et les calculs indiqués aux tableaux précédents complètent ce renseignement.

24. Quand R′ est négatif, il y a un autre moyen de diminuer sa valeur absolue, c'est d'augmenter l'épaisseur de la cheminée au sommet. Il semble qu'on n'y a guère pensé, parce que plus le diamètre intérieur de la cheminée est petit au sommet, plus il devient nécessaire d'augmenter l'épaisseur au sommet, toute proportion gardée. Cette opinion paraîtrait exagérée, si on n'avait pas suffisamment l'intelligence des formules que nous employons.

En supposant pour la cheminée de Sainte-Marie une épaisseur de $0^m,20$ au sommet et une poussée du vent donné par $f = 134^k$, les types du tableau (D), qui conviendraient le mieux, seraient compris entre ($0^m,53$, $30\,000^k$) et ($0^m,53$, $29\,000^k$), ou bien entre ($0^m,63$, $29\,000^k$) et ($0^m,63$, $28\,000^k$). Le diamètre de la base serait augmenté de plus des deux tiers de sa valeur actuelle, le volume de maçonnerie serait augmenté dans des proportions considérables ; mais ce qu'il y aurait de plus difficile, ainsi que nous l'avons constaté, ce serait la formation des rouleaux. Nous allons montrer qu'en augmentant l'épaisseur au sommet on obtient des dispositions beaucoup plus satisfaisantes.

TABLEAU CORRESPONDANT AUX DONNÉES SUIVANTES :
$d_2 = 1^m,20$, $e = 0^m,33$, $f = 134^k$.

(G)

E	$\frac{P}{\Omega} = 42\,500\ k.$				$\frac{P}{\Omega} = 40\,000\ k.$				$\frac{P}{\Omega} = 37\,500\ k.$				$\frac{P}{\Omega} = 35\,000\ k.$			
	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$
m.	m.	k.	m.		m.	k.	m.		m.	k.	m.		m.	k.	m.	
0,33	3,74	165 200	1,32	1,52	4,72	195 800	1,25	1,14	6,34	246 500	1,18	0,79	9,80	359 200	1,09	0,47
0,44					3,14	179 500	1,17	1,73	3,94	204 300	1,13	1,25	5,31	257 040	1,06	0,85

TABLEAU CORRESPONDANT AUX DONNÉES SUIVANTES :
$d_2 = 1^m,20, \quad e = 0^m,44, \quad f = 134^k.$

	E	$\frac{P}{\Omega} = 45\,000\,k.$				$\frac{P}{\Omega} = 42\,500\,k.$				$\frac{P}{\Omega} = 41\,250\,k.$				$\frac{P}{\Omega} = 40\,000\,k.$			
		D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$	D_1	P	x	$\frac{2x}{r'}$
	m.	m.	k.	m.		m.	k.	m.		m.	k.	m.		m.	k.	m.	
(H)	0,44	3,25	208 300	1,06	1,40	4,05	238 000	1,02	1,14	4,50	256 600	0,99	0,98	5	276 300	0,97	0,85

Le tableau (G) fournit deux types très satisfaisants dont je donne les éléments dans le tableau suivant :

	e	E	d	D	CUBE DE MAÇ.	R_1	R'	R	x	$\frac{2x}{r'}$
	m.	m.	m.	m.	m. c.	k.	k.	k.	m.	
(I)	0,33	0,33	1,86	4,60	105,8	4,06	— 1,26	+ 9,38	1,30	1,32
(J)	0,33	0,44	1,86	4,38	120,2	3,75	— 0,95	+ 8,43	1,13	1,25

Dans le tableau (H), le type ($0^m,44$, $45\,000^k$) a pour diamètre extérieur à la base $3^m,79$ et pour volume de maçonnerie 123 mètres carrés ; le type ($0^m,44$, $42\,500^k$) a pour diamètre extérieur $4^m,49$ et pour volume de maçonnerie 140 mètres carrés. Entre les deux on trouverait encore une solution très convenable du problème.

Dans ces solutions nous ne nous attachons pas à avoir $R' = o$, ce qui conduirait à des diamètres de plus de 5 mètres à la base et à des volumes pouvant dépasser 140 mètres cubes. Ce qu'il nous importait de démontrer, c'est que sans exagérer le diamètre à la base et sans faire varier considérablement le volume de maçonnerie, on pouvait remplacer la cheminée de Ste-Marie actuelle

par une autre, qui, avec $f = 134^k$, serait dans d'aussi bonnes conditions de stabilité que la cheminée de West Cumberland.

CONCLUSION

1° La théorie de la flexion plane permet de résoudre les problèmes relatifs à la stabilité des hautes cheminées en maçonnerie. Cette théorie suppose simplement que la force élastique entre deux points est dans la direction de la ligne qui les joint et est proportionnelle à leur écartement.

Les résultats qu'elle nous a donnés concordent avec les résultats obtenus par M. Rankine pour deux travaux importants.

2° Nous rejetons l'hypothèse dans laquelle on suppose qu'un joint en maçonnerie peut s'ouvrir. D'abord parce qu'elle n'est pas rationnelle, ensuite parce qu'elle n'est pas utile, puisque sans exagérer les dimensions on peut éviter l'ouverture du joint ; enfin parce qu'il est tout à fait rationnel d'admettre que la maçonnerie peut résister à l'extension. Cette force élastique développée par l'extension a une limite très faible, à la vérité, mais dont on peut se servir pour diminuer considérablement les dimensions. Toutes ces choses sont vérifiées dans l'étude de la cheminée de West Cumberland.

3° La forme cylindrique doit être préférée aux formes polygonales à cause de l'action du vent ; il est inutile

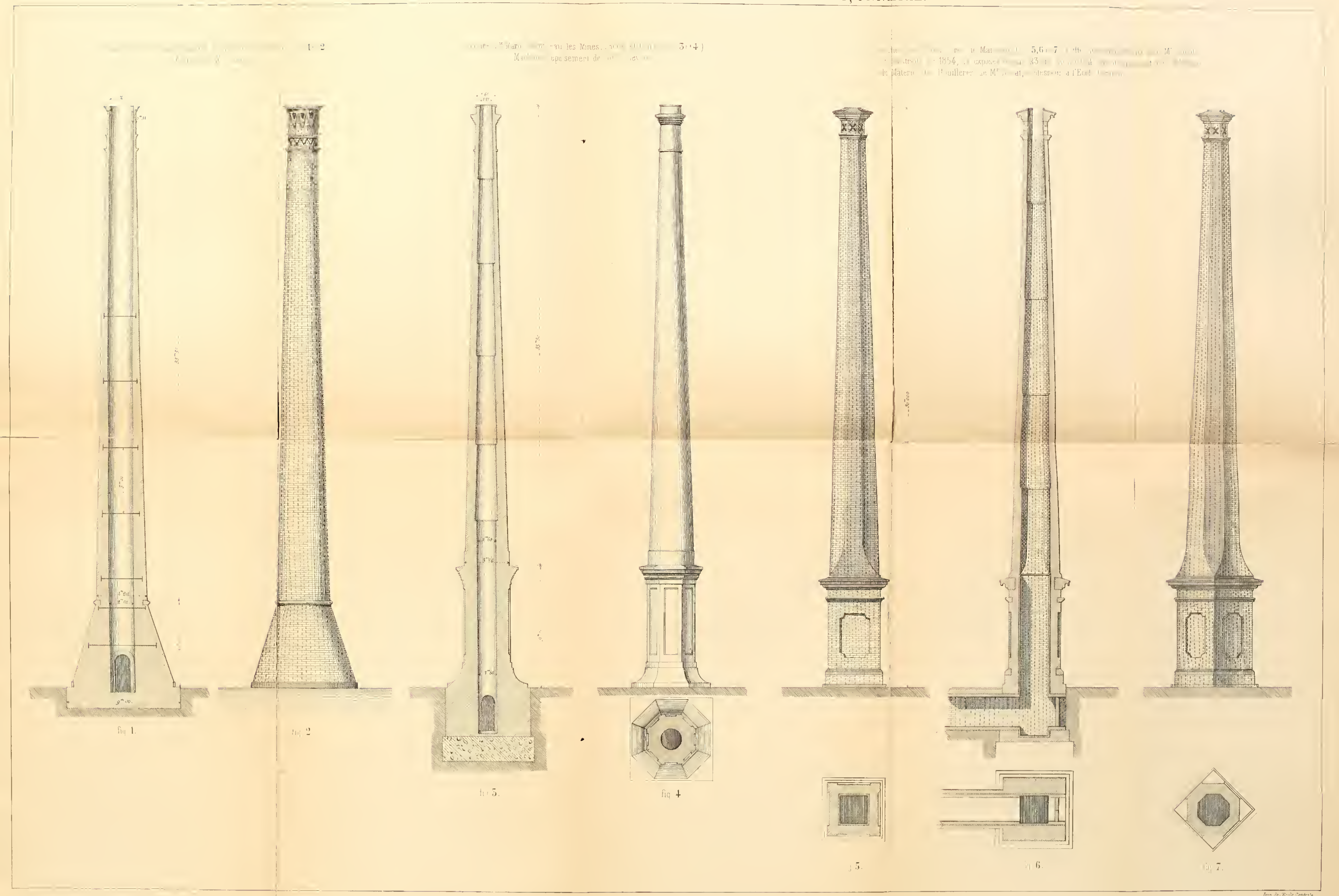
d'insister sur ce sujet. M. Rankine admet que la pression d'un vent d'ouragan renversant les édifices est de 268 kilogrammes par mètre carré de surface normale à sa direction, et il admet le coefficient $\frac{1}{2}$ pour réduire cette pression par mètre carré de la surface diamétrale d'un cylindre. Ce coefficient $\frac{1}{2}$ semble tenir compte de toutes les circonstances du phénomène ; en l'adoptant, on se trouve donc dans les meilleures conditions.

DÉSIGNATIONS	Valeur de f pour R' = o.	Valeur de f pour R' = —1,40.	Rapport $\frac{2x}{r'}$ pour f = 134.	Rapport $\frac{2x}{r}$ pour r = 134.
Cheminée de West Cumberland (E)..	113k	134k	1,17	1,00
» modifiée (F).............	129	156	1,05	0,92
Cheminée des charbonnages du Nord de Charleroi (B)................	151	188	0,68	0,323
Cheminée de la pompe Sainte-Marie (B)......................	67	112	2,50	1,24
Cheminée modifiée (I)............	83	136	1,32	1,13
» » (J)............	108	147	1,25	1,14

4° Nous avons été conduit à dire que le rapport $\frac{2\,x}{r'}$ doit différer très peu de l'unité, et nous avons déduit de cette remarque une méthode de calcul très rapide et très simple.

PARIS. — IMP. TYPO-LITHOGRAPHIQUE J. DEJEY & Cie, 18, RUE DE LA PERLE.

THÉORIE SUR LA STABILITÉ DES CHEMINÉES EN MAÇONNERIE.




3 0112 072920256